الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2026 -	المركز الوطني للامتحانات المدرسية وتقييم التعلمات
1 8		

الموضوع		NS 22	
المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3س
الشعبة والمسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يراه مناسبًا؛
- يُنصح بتفادي استعمال اللون الأحمر أثناء تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكوّن الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وموزّعة حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3.5 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	2.5 نقط
المسألة	دراسة الدوال العددية والمتتاليات العددية وحساب التكامل	11 نقط

ترميز

- نرمز بـ $\overline{z}$ لمرافق عدد عقدي z، وبـ $|z|$ لمعياره.
- نرمز بـ $\ln$ لدالة اللوغاريتم النيبيري.
- e هو العدد الحقيقي بحيث $\ln(e) = 1$.

تمرين الأول (3 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقط $A(-1,0,1)$ و $B(-3,2,2)$ و $C(-1,1,2)$ و $D(2,7,-4)$.

ليكن (Δ) المستقيم المار من D والموجه بالمتجهة $\vec{u}(2,1,2)$

0.5 نقطة	1) أ) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$
0.25 نقطة	1) ب) استنتج أن $x+2y-2z+3=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
0.5 نقطة	1) ج) احسب $\vec{u}.\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)$ واستنتج أن المستقيم (Δ) يوازي المستوى (ABC)

لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(0,3,0)$ والمماسة للمستقيم (Δ)

0.5 نقطة	2) أ) تحقق أن $\overrightarrow{\Omega D}.\vec{u}=0$ واستنتج أن شعاع الفلكة (S) يساوي 6
0.75 نقطة	2) ب) احسب المسافة $d(\Omega,(ABC))$ واستنتج أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها $r=3\sqrt{3}$
0.5 نقطة	2) ج) تحقق أن $\overrightarrow{C\Omega}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن C مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثاني (3.5 نقط)

نعتبر في المستوى العقدي النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي:

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \quad \text{و} \quad b = e^{i\frac{\pi}{6}} \quad \text{و} \quad c = 1$$

0.5 نقطة	1) أ) اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلثي.
0.5 نقطة	1) ب) تحقق أن $b^2 = a$ وأن $b\bar{b} = 1$
0.5 نقطة	1) ج) بين أن $a - 1 = (2 - \sqrt{3})i(a + 1)$

2) لتكن الإزاحة T ذات المتجهة $\overrightarrow{OC}$ و D النقطة التي لحقها d بحيث $T(A) = D$

0.5 نقطة	2) أ) تحقق أن $d = b(b + \bar{b})$ واستنتج أن النقط O و B و D مستقيمية .
0.5 نقطة	2) ب) استنتج أن $\arg(d) \equiv \frac{\pi}{12}[2\pi]$
0.5 نقطة	3) أ) تحقق أن $\frac{a-c}{d} = (2 - \sqrt{3})i$ واستنتج أن المستقيمين (AC) و (OD) متعامدان.

0.5 نقطة	3) ب) بين أن الرباعي $OCDA$ معين.	

تمرين الثالث (2.5 نقط):

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء وأربع كرات سوداء وكرتين خضراوين.

يمكن التمييز بين جميع الكرات باللمس.

سحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق.

عتبر الحدثين التاليين:

A : « الكرات المسحوبة لها نفس اللون. »

B : « سحب كرة خضراء على الأقل.»

0.5 نقطة	1) أ) بين أن $p(A)=\frac{14}{165}$	
0.5 نقطة	1) ب) احسب $p(\overline{B})$ ، احتمال الحدث المضاد للحدث B واستنتج أن $p(B)=\frac{27}{55}$	
0.5 نقطة	2) احسب $p(A\cup B)$	

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراءالمسحوبة.

0.75 نقطة	3) أ) انقل وأتمم ملء الجدول التالي الذي يمثل قانون احتمال المتغير العشوائي X	

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$			

0.25 نقطة	3) ب) بين أن الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X هو $E(X)=\frac{6}{11}$	

المسألة (11 نقطة):

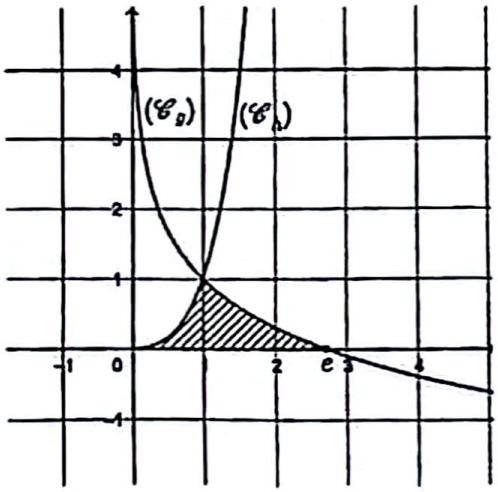
الجزء الأول:

نعتبر الدالتين العدديتين g و h المعرفتين على $]0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=1-\ln x$ و $h(x)=x^2e^{x-1}$

0.5 نقطة	1) أ) احسب $g(1)$ و $h(1)$	

0.5 نقطة	1) ب) حل المعادلة $g(x)=0$ في المجال $]0,+\infty[$	

2) يمثل المبيان أسفله، المنحنيين $(\mathscr{C}_g)$ و $(\mathscr{C}_h)$ للدالتين g و h في نفس المعلم المتعامد الممنظم.



0 نقطة	2) أ) علل مبيانيا أن لكل x من $]0,1[$: $h(x)-g(x)<0$ وأن لكل x من $]1,+\infty[$: $h(x)-g(x)>0$	

0.5 نقطة	2) ب) باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\int_1^e g(x)\,dx = e - 2$	
0.75 نقطة	2) ج) تحقق أن الدالة $H : x \mapsto e^{x-1}(x^2 - 2x + 2)$، دالة أصلية للدالة h على $]0,+\infty[$ ثم احسب $\int_0^1 h(x)\,dx$	
0.5 نقطة	2) د) احسب مساحة الحيز المحدد في المبيان السابق. (بوحدة قياس المساحات)	

الجزء الثاني:

لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = e^{x-1} - \frac{\ln x}{x}$

وليكن $(\mathscr{C}_f)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

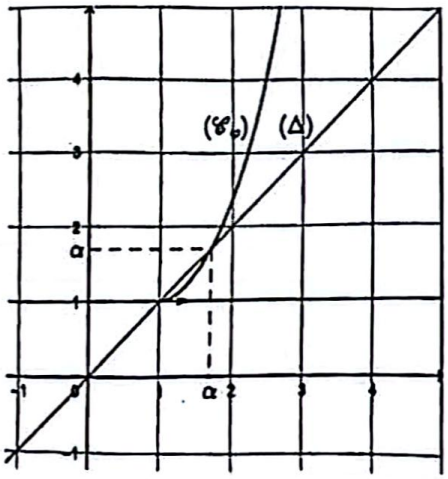
0.5 نقطة	1) أ) تحقق أن $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.	
0.25 نقطة	1) ب) تحقق أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	
0.5 نقطة	1) ج) بين أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.	
0.75 نقطة	2) أ) بين أن لكل x من $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{h(x) - g(x)}{x^2}$	

0.5 نقطة	2) ب) ضع جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$ (يمكن استعمال السؤال 2 من الجزء الأول.)	
0.5 نقطة	2) ج) استنتج أن لكل x من $]0,+\infty[$: $e^{x-1} \geq 1+\frac{\ln x}{x}$	
0.75 نقطة	3) بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا α بحيث $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (نعطي: $f(2) \approx 2,37$ و $f(\frac{3}{2}) \approx 1,38$)	

4) لتكن φ قصور الدالة f على المجال $]1,+\infty[$

0.5 نقطة	4) أ) بين أن الدالة φ تقبل دالة عكسية φ^{-1} معرفة على مجال J ينم تحديده. (تحديد التعبير $\varphi^{-1}(x)$ غير مطلوب)	
0.25 نقطة	4) ب) أثبت أن الدالة φ^{-1} تزايدية قطعا على المجال J	

5) يمثل المبيان أسفله، المنحنى $(\mathcal{C}_\varphi)$ للدالة φ والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ في المعلم $(\vec{i},\vec{j})$,



0.5 نقطة	5) أ) علل مبيانيا أن لكل x من $[1,\alpha]$: $\varphi(x) \leq x$	
0.5 نقطة	5) ب) استنتج أن لكل x من $[1,\alpha]$: $\varphi^{-1}(x) \geq x$	
0.5 نقطة	5) ج) أعد إنشاء المنحنى $(\mathcal{C}_\varphi)$ ثم أنشئ المنحنى $(\mathcal{C}_{\varphi^{-1}})$ للدالة φ^{-1} في نفس المعلم المتعامد الممنظم.	

الجزء الثالث:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 \in]1,\alpha[$ و $u_{n+1} = \varphi^{-1}(u_n)$ لكل عدد صحيح طبيعي n

0.5 نقطة	1) بين بالترجع أن $1 < u_n < \alpha$ لكل عدد صحيح طبيعي n	
0.5 نقطة	2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية. (يمكن استعمال السؤال 5.ب من الجزء الثاني.)	
0.75 نقطة	3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.	