★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة الاستدراكية 2018
-الموضوع-

RS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- ✓ **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- ✓ **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

- ✓ **L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :**

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 3	**Calcul des probabilités**	**3 points**
Exercice 4	**Calcul intégral**	**2 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique, et suites numériques**	**9 points**

- ✓ **ln désigne la fonction logarithme népérien**

Exercice 1 : (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère la sphère (S) de centre $\Omega(2,1,2)$ et de rayon 3 et le plan (P) passant par le point $A(-1,0,3)$ et dont $\vec{u}(4,0,-3)$ est un vecteur normal .

0.5 **1) Montrer qu'une équation de (S) est $x^2+y^2+z^2-4x-2y-4z=0$**

0.5 **2) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (P) est $4x-3z+13=0$**

0.5 **3) a) Vérifier que $\begin{cases} x=2+4t \\ y=1 \\ z=2-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (P)**

0.5 **b) Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et du plan (P)**

0.25 **4) a) Calculer $d(\Omega,(P))$**

0.75 **b) Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) en un point que l' on déterminera .**

Exercice 2 : (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$**

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a=\sqrt{2}(1-i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$

0.25 **a) Ecrire a sous forme trigonométrique.**

0.5 **b) Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est $b=2\left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)\right)$**

0.5 **3) a) On considère le point C d'affixe $c=1+i$, montrer que $b^2-c^2=2\sqrt{3}$**

0.5 **b) Soit t la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$ et D l'image du point B par la translation t Montrer que $OD=|b+c|$**

0.5 **c) En déduire que $OD\times BC=2\sqrt{3}$**

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 1 , et 3 boules de couleur rouge portant chacune le nombre 2 , et 6 boules de couleur verte portant chacune le nombre 2

On tire au hasard et simultanément deux boules de l'urne. On considère les événements suivants :

A : "Obtenir deux boules portant le même nombre " ;

B : "Obtenir deux boules de couleurs différentes "

C : "Obtenir deux boules portant deux nombres dont la somme est égale à 3"

1.5	**1) Montrer que** $p(A)=\frac{13}{22}$ **et** $p(B)=\frac{6}{11}$ **et calculer** $p(C)$
0.5	**2) a) Montrer que** $p(A\cap B)=\frac{3}{11}$
0.5	**b) Les événements** A **et** B **sont – ils indépendants ? Justifier la réponse.**
0.5	**3) Sachant que l'événement** B **est réalisé, calculer la probabilité d'obtenir deux boules portant le même nombre .**

Exercice 4 : (2 points)

0.5	**1)a) Montrer que la fonction** $H: x\mapsto xe^x$ **est une primitive de la fonction** $h: x\mapsto (x+1)e^x$ **sur** IR
0.5	**b) En déduire que** $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$
1	**2) En utilisant une intégration par parties , calculer** $\int_0^1 (x^2+2x-1)e^x dx$

Problème : (9 points)

I) Soit g **la fonction numérique définie sur** $]0,+\infty[$ **par :** $g(x)=x^3-1-2\ln^2 x+2\ln x$

Le tableau ci-contre est le tableau de variations de la fonction g **sur l'intervalle** $]0,+\infty[$

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

0.25	**1) Calculer** $g(1)$
0.5	**2) A partir de ce tableau , déterminer le signe de** $g(x)$ **sur chacun des intervalles** $]0,1]$ **et** $[1,+\infty[$

II) On considère la fonction numérique f **définie sur l'intervalle** $]0,+\infty[$ **par :** $f(x)=x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2x^2}+\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2$

Soit (C) **la courbe représentative de la fonction** f **dans un repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$

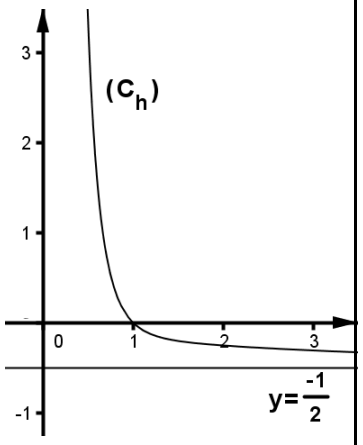
0.5	**1) a)Vérifier que** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$
0.5	**b) Montrer que la droite** (D) **d'équation** $y=x-\frac{1}{2}$ **est asymptote à la courbe** (C) **au voisinage de** $+\infty$
0.25	**c) Déterminer la position relative de la droite** (D) **et de la courbe** (C)
0.75	**2) Montrer que** $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)=+\infty$ **et interpréter géométriquement le résultat.**
1	**3) a) Montrer que** $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$ **pour tout** x **appartenant à l'intervalle** $]0,+\infty[$
0.5	**b) Montrer que la fonction** f **est décroissante sur** $]0,1]$ **et croissante sur** $[1,+\infty[$
0.5	**c) Dresser le tableau de variations de la fonction** f **sur l'intervalle** $]0,+\infty[$
1	**4) Construire dans le repère** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **la droite** (D) **et la courbe** (C) **(unité :** $1\ cm$ **)**

III) On considère la fonction numérique h définie sur $]0,+\infty[$ par : $h(x)=f(x)-x$

0.25 **1) a)** Vérifier que $h(1)=0$

b) Dans la figure ci-contre (C_h) est la représentation graphique de la fonction h

0.75 Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $]0\ ,\ 1]$ et $[1,+\infty[$ puis en déduire que $f(x)\leq x$ pour tout x de $[1,+\infty[$



2) On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0=e$ et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.75 **a)** Montrer par récurrence que $1\leq u_n\leq e$ pour tout n de $\mathbb{N}$

0.75 **b)** Montrer que la suite (u_n) est décroissante .

(On pourra utiliser le résultat de la question III)1)b))

0.75 **c)** En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite .