★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية ـ خيار فرنسية
الدورة الاستدراكية 2017
- الموضوع -

RS 22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية – خيار فرنسية	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 2	**Calcul de probabilités**	**3 points**
Exercice 3	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 4	**Suites numériques**	**2.5 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique et calcul intégral**	**8.5 points**

Exercice 1 (3 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

On considère la sphère (S) **d'équation** $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ **et le plan** (P) **d'équation** $y-z=0$

0.5 **1) a) Montrer que la sphère** (S) **a pour centre le point** $\Omega(1\ ,\ 1\ ,\ 1)$ **et pour rayon** 2

0.5 **b) Calculer** $d(\Omega,(P))$ **et en déduire que le plan** (P) **coupe la sphère** (S) **suivant un cercle** (C)

0.5 **c) Déterminer le centre et le rayon du cercle** (C)

2) Soit (Δ) **la droite passant par le point** $A(1\ ,-2\ ,\ 2)$ **et orthogonale au plan** (P)

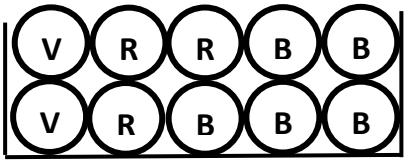
0.25 **a) Montrer que** $\vec{u}(0\ ,1\ ,-1)$ **est un vecteur directeur de la droite** (Δ)

0.75 **b) Montrer que** $\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|=\sqrt{2}\left\|\vec{u}\right\|$ **et en déduire que la droite** (Δ) **coupe la sphère** (S) **en deux points.**

0.5 **c) Déterminer les coordonnées de chaque point d'intersection de la droite** (Δ) **et de la sphère** (S)

Exercice 2 (3 points)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : Cinq boules blanches , trois boules rouges et deux boules vertes (Voir figure ci-contre)
On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.



1.5 **1) Soit** A **l'événement :'' Parmi les quatre boules tirées, une seule boule est verte ''.**
et B **l'événement :'' Parmi les quatre boules tirées, il y a exactement trois boules de même couleur ''.**

Montrer que $p(A)=\frac{8}{15}$ **et que** $p(B)=\frac{19}{70}$

2) Soit X **la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.**

0.5 **a) Montrer que** $p(X=2)=\frac{2}{15}$

1 **b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire** X **et montrer que l'espérance mathématique** $E(X)$ **est égale à** $\frac{4}{5}$

Exercice 3 (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbf{C}$ l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$**

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives a , b et c telles que $a = -2 + 2i$, $b = 4 - 4i$ et $c = 4 + 8i$

0.5 **a) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' , image de M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$**

Montrer que $z' = -iz - 4$

0.75 **b) Vérifier que le point B est l'image du point C par la rotation R et en déduire la nature du triangle ABC**

3) Soit ω l'affixe du point Ω , milieu du segment $[BC]$

0.5 **a) Montrer que $|c - \omega| = 6$**

0.5 **b) Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z - \omega| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC**

Exercice 4 (2.5 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = 17$ **et** $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12$ **pour tout entier naturel n**

0.5 **1) a) Montrer par récurrence que $u_n > 16$ pour tout entier naturel n**

0.5 **b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante et en déduire que la suite (u_n) est convergente.**

2) Soit (v_n) la suite numérique telle que $v_n = u_n - 16$ pour tout entier naturel n

0.5 **a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique.**

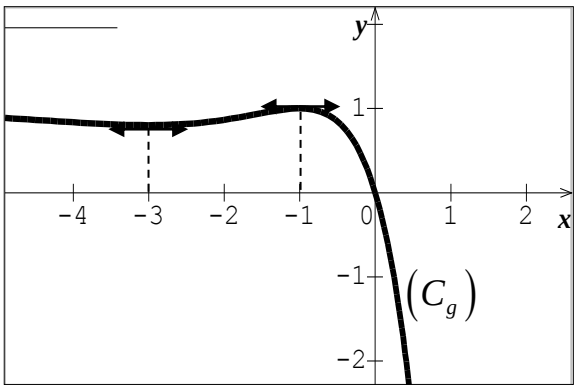
0.5 **b) En déduire que $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$ pour tout entier naturel n, puis déterminer la limite de la suite (u_n)**

0.5 **c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $u_n < 16,0001$**

Problème (8.5 points)

I- Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x)=1-(x+1)^2e^x$$



0.25 **1) Vérifier que $g(0)=0$**

1 **2) A partir de la courbe représentative (C_g) de la la fonction g (voir figure ci-contre)**

Montrer que :

$g(x)\geq 0$ pour tout x appartenant à $]-\infty,0]$

et que $g(x)\leq 0$ pour tout x appartenant à $[0,+\infty[$

II- On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x+1-(x^2+1)e^x$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ (unité : $2\ cm$)

0.75 **1) a) Vérifier que $f(x)=x+1-4\left(\frac{x}{2}e^{\frac{x}{2}}\right)^2-e^x$ pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$ puis en déduire que $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$**

0.5 **b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-(x+1)]$ et en déduire que la droite (D) d'équation $y=x+1$ est asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$**

0.25 **c) Montrer que la courbe (C_f) est en dessous de la droite (D)**

0.5 **2) a) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ (on pourra écrire $f(x)$ sous la forme $x\left[1+\frac{1}{x}-\left(x+\frac{1}{x}\right)e^x\right]$)**

0.25 **b) Montrer que la courbe (C_f) admet , au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique dont on déterminera la direction.**

0.75 **3) a) Montrer que $f'(x)=g(x)$ pour tout x appartenant à $\mathbb{R}$**

0.75 **b) Montrer que la fonction f est croissante sur $]-\infty,0]$ et décroissante sur $[0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$**

0.75 **c) Montrer que la courbe (C_f) admet deux points d'inflexion d'abscisses -3 et -1**

1 **4) Construire, dans le même repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la droite (D) et la courbe (C_f)**

(On prendra $f(-3)\approx -2,5$ et $f(-1)\approx -0,75$)

0.5 **5) a) Vérifier que $H:x\mapsto(x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h:x\mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis montrer que $\int_{-1}^{0}xe^x\,dx=\frac{2}{e}-1$**

0.75 **b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_{-1}^{0}(x^2+1)e^x\,dx=3\left(1-\frac{2}{e}\right)$**

0.5 **c) Calculer, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f), la droite (D), l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=-1$**