★★

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية – خيار فرنسية

الدورة الاستدراكية 2016

- الموضوع -

RS22F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- **Nombre de pages : 4 (La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen) ;**
- **L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;**
- **Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;**
- **L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;**
- **Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants .**

COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	**Suites numériques**	**3 points**
Exercice 2	**Géométrie dans l'espace**	**3 points**
Exercice 3	**Nombres complexes**	**3 points**
Exercice 4	**Calcul de probabilités**	**3 points**
Problème	**Etude d'une fonction numérique et calcul intégral**	**8 points**

- Concernant le problème, ln désigne la fonction logarithme népérien.

Exercice 1 (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$u_0 = 2$ **et** $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ **pour tout entier naturel** n

0.5 **1)a) Montrer par récurrence que** $u_n > 1$ **pour tout entier naturel** n

0.5 **b) Vérifier que** $u_{n+1} - u_n = -\frac{15}{16}(u_n - 1)$ **pour tout entier naturel** n **puis montrer que la suite** (u_n) **est décroissante.**

0.25 **c) En déduire que la suite** (u_n) **est convergente.**

2)Soit (v_n) **la suite numérique telle que :** $v_n = u_n - 1$ **pour tout entier naturel** n

1 **a) Montrer que** (v_n) **est une suite géométrique de raison** $\frac{1}{16}$ **puis écrire** v_n **en fonction de** n

0.75 **b) Montrer que** $u_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$ **pour tout entier naturel** n**, puis déterminer la limite de la suite** (u_n)

Exercice 2 (3 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$**, on considère les points**

$A(1, 3, 4)$ **et** $B(0, 1, 2)$

0.5 **1) a) Montrer que** $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 **b) Montrer que** $2x - 2y + z = 0$ **est une équation cartésienne du plan** (OAB)

0.5 **2)Soit** (S) **la sphère d'équation :** $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$

Montrer que (S) **a pour centre le point** $\Omega(3, -3, 3)$ **et pour rayon** 5

0.75 **3) a) Montrer que le plan** (OAB) **est tangent à la sphère** (S)

0.75 **b) Déterminer les coordonnées du point de contact** H **du plan** (OAB) **et de la sphère** (S)

Exercice 3 (3 points)

0.75 **1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbf{C}$ l'équation : $z^2-8z+41=0$**

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B , C et Ω d'affixes respectives a , b , c et ω telles que $a=4+5i$, $b=3+4i$, $c=6+7i$ et $\omega=4+7i$

0.75 **a) Calculer $\dfrac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A , B et C sont alignés**

0.75 **b)Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' , image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$**

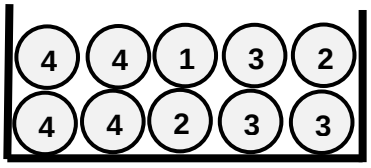
Montrer que $z'=-iz-3+11i$

0.75 **c) Déterminer l'image du point C par la rotation R puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\dfrac{a-\omega}{c-\omega}$**

Exercice 4 (3 points)

Une urne contient 10 boules portant les nombres 1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4
(Les boules sont indiscernables au toucher)

On considère l'expérience suivante : on tire au hasard , successivement et sans remise , deux boules de l'urne .



1 **1) Soit A l'évènement :'' Obtenir deux boules portant deux nombres pairs''.**

Montrer que $p(A)=\dfrac{1}{3}$

2 **2) On répète l'expérience précédente trois fois de suite, en remettant dans l'urne les deux boules tirées après chaque expérience.**

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de fois où l'évènement A est réalisé.

Montrer que $p(X=1)=\dfrac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Problème (8 points)

I-Soit g **la fonction numérique définie sur** $]0,+\infty[$ **par :** $g(x)=\frac{2}{x}-1+2\ln x$

On considère ci-contre le tableau de variations de la fonction g **sur** $]0,+\infty[$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$g(1)$	↗	$+\infty$

0.25 **1) Calculer** $g(1)$

0.75 **2) En déduire à partir du tableau que** $g(x)>0$ **pour tout** x **appartenant à** $]0,+\infty[$

II-On considère la fonction numérique f **définie sur** $]0,+\infty[$ **par :** $f(x)=3-3x+2(x+1)\ln x$

Soit (C) **la courbe représentative de** f **dans un repère orthonormé** $(O,\vec{i},\vec{j})$ **(unité :** $2\ cm$ **)**

0.75 **1) Montrer que** $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ **et interpréter géométriquement ce résultat.**

0.5 **2)a- Montrer que** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ **(pour le calcul de la limite on pourra utiliser l'écriture suivante** $f(x)=x\left[\frac{3}{x}-3+2\left(1+\frac{1}{x}\right)\ln x\right]$ **)**

0.5 **b- Montrer que la courbe** (C) **admet , au voisinage de** $+\infty$**, une branche parabolique dont la direction est celle de l'axe des ordonnées .**

0.75 **3) a-Montrer que** $f'(x)=g(x)$ **pour tout** x **appartenant à** $]0,+\infty[$

0.75 **b- En déduire que** f **est strictement croissante sur** $]0,+\infty[$ **et dresser le tableau de variations de** f **sur** $]0,+\infty[$

0.5 **4)a- Montrer que** $I(1,0)$ **est un point d'inflexion de la courbe** (C)

0.25 **b-Montrer que** $y=x-1$ **est une équation cartésienne de la tangente** (T) **à la courbe** (C) **au point** I

0.75 **c-Construire , dans le même repère** $(O,\vec{i},\vec{j})$**, la droite** (T) **et la courbe** (C)

0.5 **5) a-Montrer que :** $\int_1^2\left(1+\frac{x}{2}\right)dx=\frac{7}{4}$

0.75 **b - A l'aide d'une intégration par parties, montrer que** $\int_1^2(x+1)\ln x\,dx=4\ln 2-\frac{7}{4}$

0.5 **c- Calculer, en** cm^2**, l'aire du domaine plan limité par la courbe** (C)**, l'axe des abscisses et les droites d'équations** $x=1$ **et** $x=2$

0.5 **6) Résoudre graphiquement l'inéquation :** $x\in]0,+\infty[$; $(x+1)\ln x\geq\frac{3}{2}(x-1)$